



TITLE:

知識構成型ジグソー法におけるフローチャートの利用について (証明論と証明活動)

AUTHOR(S):

稲垣, 元哉

CITATION:

稲垣, 元哉. 知識構成型ジグソー法におけるフローチャートの利用について (証明論と証明活動). 数理解析研究所講究録 2018, 2083: 45-60

ISSUE DATE:

2018-08

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/242195>

RIGHT:

知識構成型ジグソー法におけるフローチャートの利用について

南山大学 理工学研究科 稲垣 元哉

Motoya Inagaki

Graduate School of Science and Engineering,

Nanzan University

要旨

知識構成型ジグソー法の数学の授業の型は, [5],[9]などにおいて, 組み合わせ型と多思考型に分類されている. 本稿では, 組み合わせ型の課題設定にフローチャートを利用することに着目し, 実践例を通してそのよさを考察する.

1. はじめに

知識構成型ジグソー法は, 東京大学 大学発教育支援コンソーシアム推進機構 (以下 CoREF) が開発した学習法である. その目的は, CoREF 発行の[3]において『知識構成型ジグソー法は, 人が本来持っている対話を通じて人の考えをよりよくしていく力を引き出しやすくするためのひとつの授業の型である』と説明されていることから読み取れる. 知識構成型ジグソー法でこの目的の力を引き出しやすくしくみは, [1],[3]などで説明されているが, その根幹は, 2種類のグループ活動, すなわち, エキスパート活動とジグソー活動にある. まず, エキスパート活動ではその授業のテーマに関する複数の課題を用意し, 各課題に1つのグループを割り当ててその課題を解く. そして, ジグソー活動のグループ分けを, エキスパート活動の各課題を解いた人が一人ずついるように行い, ジグソー活動では, エキスパート活動のすべての課題を用いる課題を解く. ジグソー活動での各グループにおいて, エキスパート活動での各課題を解いた人が一人だけという状況が, 目的の力を引き出しやすくしている.

この知識構成型ジグソー法は, 算数・数学においては, 組み合わせ型と多思考型に分類されており([4],[7]など), 本稿では組み合わせ型について述べる. 組み合わせ型とは, 「エキスパート活動の各課題の内容を組み合わせ, ジグソー活動の課題を解く型」とされている. 組み合わせ型における課題設定は, たとえば, 「エキスパート活動の各課題を既修の内容とし, ジグソー活動の課題を既修の内容を組み合わせ, 解く問題とする.」という形で行うことができる. また, この形の課題設定からは, 「エキスパート活動で扱う復習の内容の, 体系的な理解を深められる」という効果を期待できる. 実際, [2]では, 実践例から, その効果を確認しつつ, その効果を高めるための方法を考察した.

本研究では、上の課題設定にフローチャートを利用することに着目した。具体的には、次の手順で課題設定を行った。

手順 1.1

- (1) ジグソー活動の課題を設定する。
- (2) ジグソー活動の課題を解く手順をフローチャートで示す。フローチャートにおける各矢印には、根拠となる既習の内容などを明記する。
- (3) (2)のフローチャートから、対象とする生徒の理解度や授業目標などに合わせて、適切な部分をいくつか選び、その部分に対応した課題をエキスパート活動の課題とする。あるいは、(1)のジグソー活動の課題を見直す。

本稿では、この手順による実践例で、授業運営がうまくいったものを5つ挙げ、フローチャートのよさを考察する。ここで注目するフローチャートのよさは次のとおりである。

【フローチャートのよさ】

- (1) 手順 1.1(2)で、どの既修の内容をどの段階で用いるのかが明確になること、とくに、
 - (1.1) 用いられた既修の内容が、当該授業の単元と異なるかどうか明確になること
 - (1.2) 用いられた既修の内容が、当該授業の単元をどの程度網羅しているかが明確になること
- (2) (1)の明確化が、手順 1.1(3)の、エキスパート活動の課題の選定およびジグソー活動の課題の見直しを容易にしていること

次節で、この実践例と考察の詳細を示す。

2. 組み合わせ型の実践例

この節では、手順 1.1 による実践例で、授業運営がうまくいったものを5つ挙げ、1 節の【フローチャートのよさ】を考察する。

1 つ目の実践例は、[6]の「確率とその基本性質」の例である。対象とする生徒の学力は平均より低め、学習目標は積事象や和事象の確率の復習である。まず、ジグソー活動の課題は次の問題である。

問題 2.1

1 個のバクテリアが 10 分後に 2 個, 1 個, 0 個になる確率が, それぞれ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ であるとする.

(1) 1 個のバクテリアが, 20 分後に 2 個になっている確率を求めよ.

(2) 1 個のバクテリアが, 30 分後に 6 個になっている確率を求めよ.

次に, この問題の解法のフローチャートを図 1, 2 に示す. 図 1, 2 の各矢印には, 用いた既修の内容などが示されている. 具体的に, 図 1, 2 に現れる既修の内容と頻度は,

積事象の確率	6 回
和事象の確率	4 回
樹形図	2 回

である. エキスパート活動の課題は, 図 1, 2 からわかる既修内容から, 自然に選択できて, それらを課題 A~課題 C として次のように定めた (具体的な内容は図 3 に示す).

- 課題 A. 樹形図
- 課題 B. 積事象の確率
- 課題 C. 和事象の確率

このうち, 課題 B, 課題 C は「確率」の復習, 課題 A はそれ以前の内容の復習である.

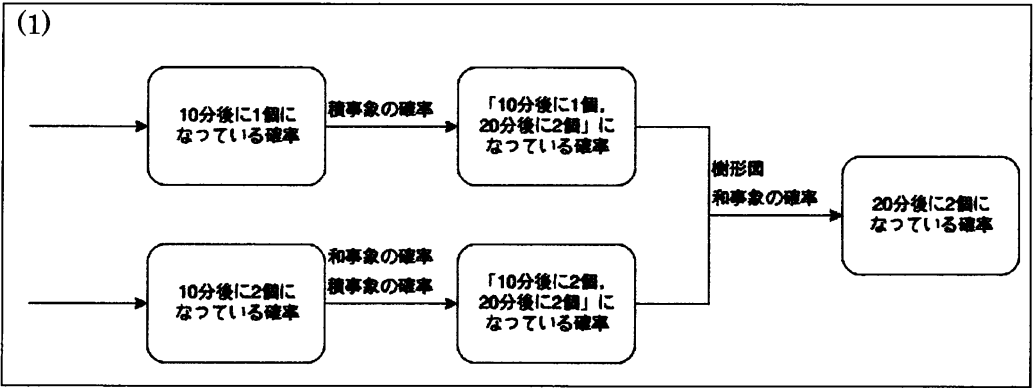


図 1 : 問題 2.1(1)に関するフローチャート

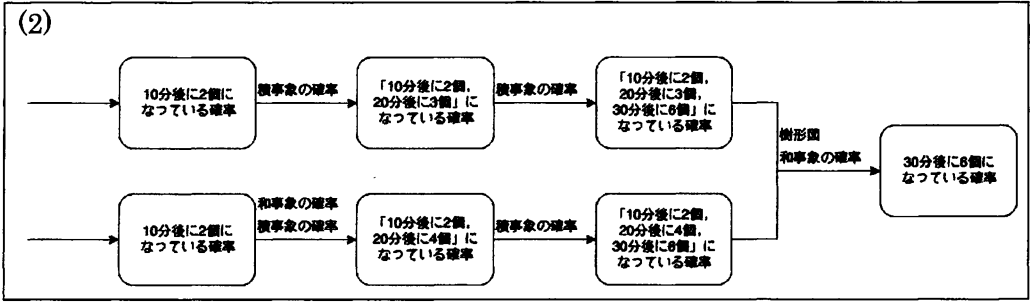


図 2：問題 2.1(2)に関するフローチャート

課題 A. 3つの数の和が 20 となるような 15 以下の自然数の組は何通りあるか。
 考え方. 樹形図を用いる.

課題 B. 3本の当たりくじを含む 10 本のくじがある. このくじを a, b がこの順に 1 本ずつ引くとき, a, b がともに当たりくじを引く確率を求めよ. ただし引いたくじはもとに戻さないものとする.
 考え方. 積事象の確率の公式 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ を用いる.

課題 C. 数字 0 が書かれたカードが 2 枚, 数字 1 が書かれたカードが 4 枚, 数字 2 が書かれたカードが 3 枚ある. この 9 枚のカードの中から同時に 3 枚のカードを取り出し, カードに書かれた数の和を X とするとき, $X = 4$ となる確率を求めよ.
 考え方. 事象 A, B が排反のとき, 和事象の確率の公式 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ を用いる.

図 3：問題 2.1 に関するエキスパート活動の課題

2 つ目の実践例は, [6] の「いろいろな確率」の例である. 対象とする生徒の学力は平均, 学習目標は確率の分野全体の復習である. まず, ジグソー活動の課題は次の問題である.

問題 2.2

さいころをくり返し n 回投げて, 出た目の積を X とするとき, 次の確率を求めよ.

- (1) X が 4 で割り切れる確率
- (2) X が 6 で割り切れる確率

次に, この問題の解法のフローチャートを図 4, 5 に示す. 図 4, 5 の各矢印

には、用いた既修の内容などが示されている．具体的に，図 4，5 に現れる既修の内容と頻度は，

集合のド・モルガンの法則，ベン図	1 回
和事象の確率	2 回
余事象の確率	2 回
反復試行の確率	5 回

である．エキスパート活動の課題は，図 4，5 からわかる既修内容から，自然に選択できて，課題 A～課題 D として次のように定めた（具体的な課題は図 6 に示す）．

課題 A. 集合のド・モルガンの法則，ベン図

課題 B. 和事象・積事象の確率

課題 C. 余事象の確率

課題 D. 反復試行の確率

このうち，課題 B，課題 C，課題 D は「確率」の復習，課題 A はそれ以前の内容の復習である．

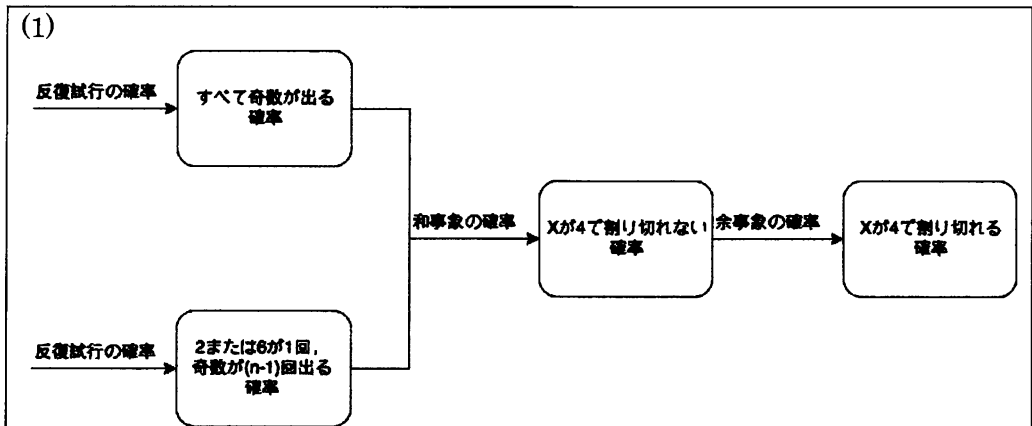


図 4：問題 2.2(1)に関するフローチャート

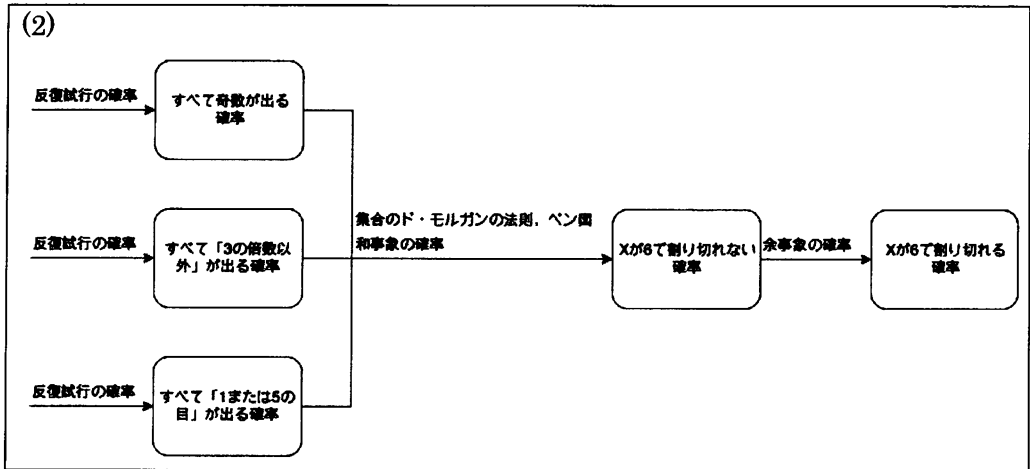


図 5：問題 2.2(2)に関するフローチャート

課題 A. $U = \{x | -3 \leq x \leq 8, x \text{は整数}\}$ を全体集合とし、その部分集合 A, B を $A = \{x | -2 \leq x \leq \sqrt{2}\}$, $B = \{x | 1 < x \leq 7\}$ とすると、次の集合を要素を書き並べる方法で表せ。

- (1) $\overline{A \cap B}$
- (2) $\overline{A \cup B}$
- (3) $(\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (A \cup B)$
- (4) $(\bar{A} \cup \bar{B}) \cup (\bar{A} \cup B)$

考え方. ベン図を用いたり、ド・モルガンの法則を用いたりする。

課題 B. 10 から 99 までの 2 桁の数を書いた球が、それぞれ 1 個ずつ袋の中に入っている。この袋の中から 1 個の球を取り出すとき、球に書かれた数が 2 または 5 の倍数である確率を求めよ。

考え方. 和事象の確率の公式 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ を用いる。

課題 C. 赤球 5 個、白球 7 個が入っている箱から 4 個の球を取り出すとき

- (1) 赤球が少なくとも 1 個取り出される確率を求めよ。
- (2) 赤球、白球がともに少なくとも 1 個取り出される確率を求めよ。

考え方. 余事象の確率の公式 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ を用いる。

課題 D. 1 個のさいころを 5 回投げるとき、次の確率を求めよ。

- (1) 1 の目がちょうど 2 回出る確率
- (2) 1 の目が出る回数が 2 回以下である確率

(3) 少なくとも1回3の倍数の目が出る確率

考え方. 反復試行の確率の公式 ${}_nC_rp^r(1-p)^{n-r}$ を用いる.

図6: 問題2.2に関するエキスパート活動の課題

3つ目の実践例は, [5]の「空間座標とベクトル」の例である. 対象とする生徒の学力は平均, 学習目標はベクトルの内分の復習である. まず, ジグソー活動の課題は次の問題である.

問題 2.3

平行六面体 $OADB - CQRS$ において, $\triangle ABC$ の重心を F , $\triangle DQS$ の重心を G とする. また, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく.

(1) \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ.

(2) 4点 O , F , G , R は同一直線上にあることを示せ.

次に, この問題の解法のフローチャートを図7に示す. 図7の各矢印には, 用いた既修の内容などが示されている. 具体的に, 図7に現れる既修の内容と頻度は,

ベクトルの和	4回
ベクトルの内分	2回
ベクトルの実数倍	1回
代入	3回

である. 対象とする生徒の学力は平均, 学習目標はベクトルの内分の復習であることから, エキスパート活動の課題は, 上のリストから代入を除いて, 課題A～課題Cとして次のように定めた (具体的な課題は図8に示す).

課題A. ベクトルの和

課題B. ベクトルの内分

課題C. ベクトルの実数倍

この課題はすべて「ベクトル」の復習である.

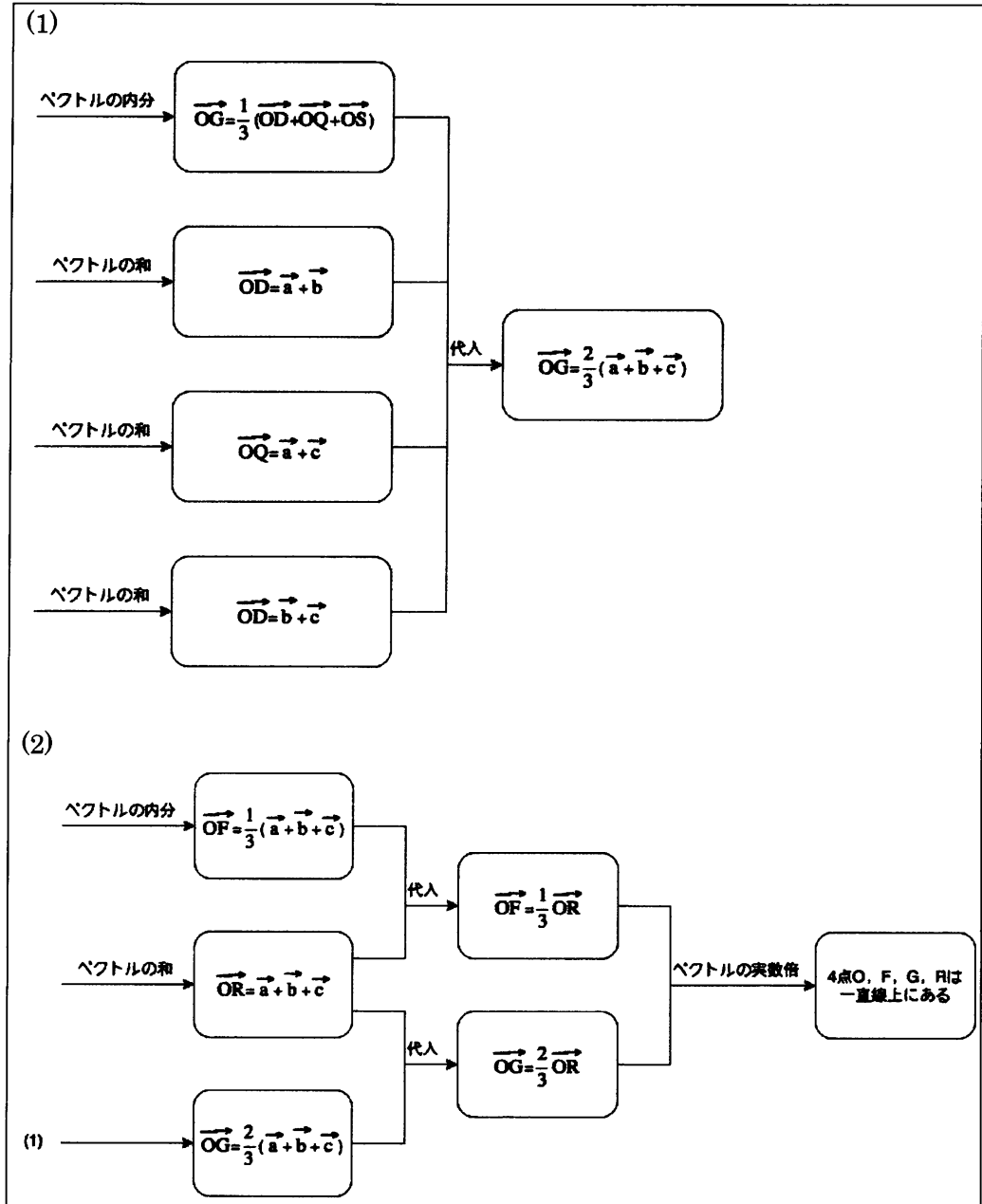


図 7 : 問題 2.3 に関するフローチャート

課題 A. 4 点 A, B, C, D について, 次の等式が成り立つことを示せ.

(1) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{AD}$

(2) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$

考え方. ベクトルの和を用いる.

課題 B. 2 点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB について, 次の点の位置ベクトルを \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ.

(1) $1:2$ に内分する点

(2) $3:2$ に内分する点

考え方. ベクトルの内分の定義を用いる.

課題 C. $\overrightarrow{PQ} = \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$, $\overrightarrow{PR} = \vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ と表されるとき, 3 点 P , Q , R は一直線上に存在することを示せ.

考え方. ベクトルの実数倍を用いる.

図 8: 問題 2.3 に関するエキスパート活動の課題

4 つ目の実践例は, [5] の「平面上のベクトル」の例である. 対象とする生徒の学力は平均より高め, 学習目標はベクトルの内積の応用である. まず, ジグソー活動の課題は次の問題である.

問題 2.4

正十二角形 $ABCDEFGHIJKL$ の 1 辺の長さを 1 とし, 外接円の中心を O とするとき, 次のベクトルの内積を求めよ.

(1) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$

(2) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AL}$

(3) $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AL}$

次に, この問題の解法のフローチャートを図 9, 10 に示す. 図 9, 10 の各矢印には, 用いた既修の内容などが示されている. 具体的に, 図 9, 10 に現れる既修の内容と頻度は,

ベクトルの内積	3 回
三角比	1 回
正弦定理	1 回
余弦定理	1 回
加法定理	2 回

である. 対象とする生徒の学力は平均より高め, 学習目標はベクトルの内積の応用であることから, エキスパート活動の課題は, 上のリストから三角比の内容を除き, 課題 A~課題 D として次のように定めた (具体的な課題は図 11 に示す).

課題 A. ベクトルの内積

課題 B. 正弦定理

課題 C. 余弦定理

課題 D. 加法定理

このうち、課題 A は「ベクトル」の復習、課題 B、課題 C、課題 D は「三角関数」の復習である。

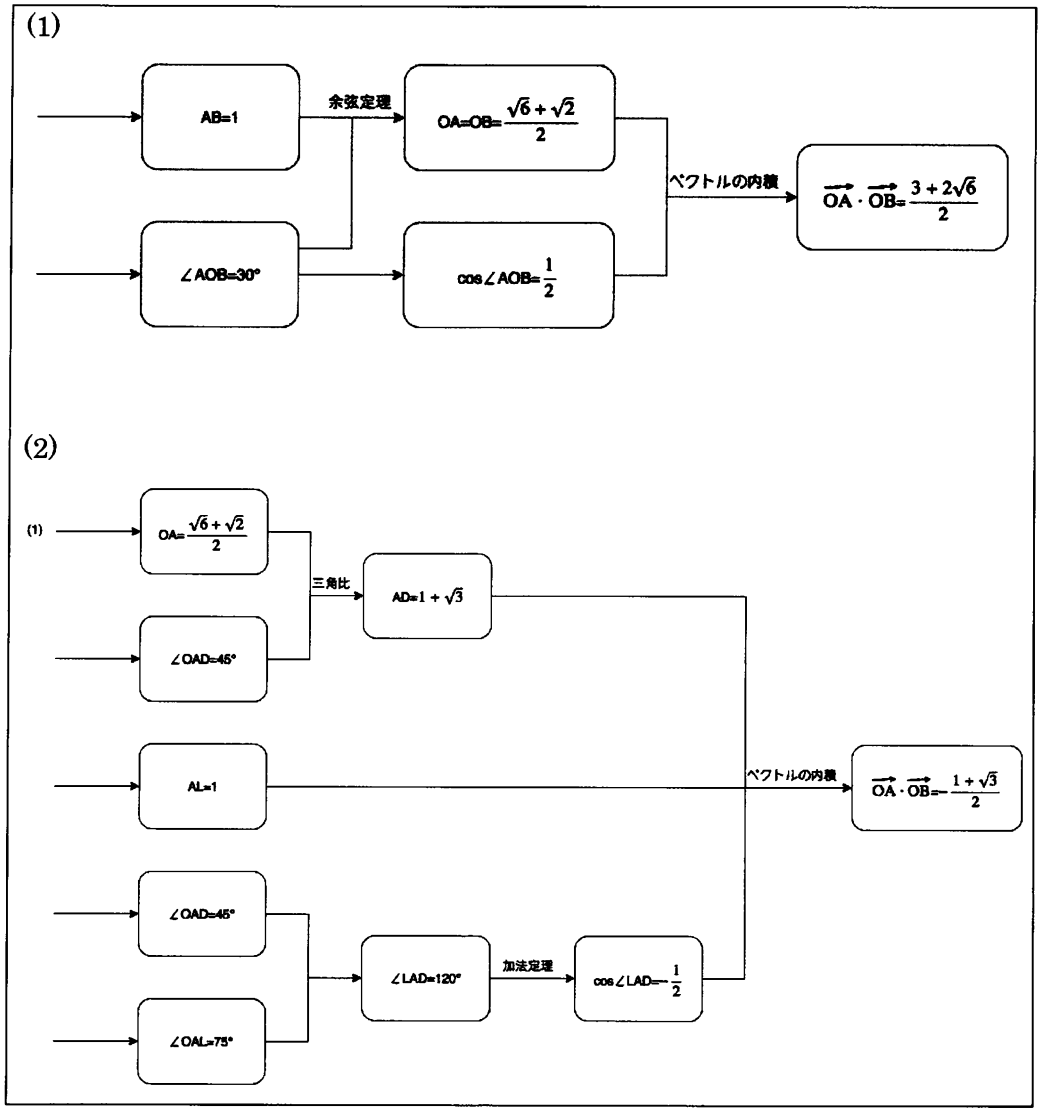


図 9 : 問題 2.4(1),(2)に関するフローチャート

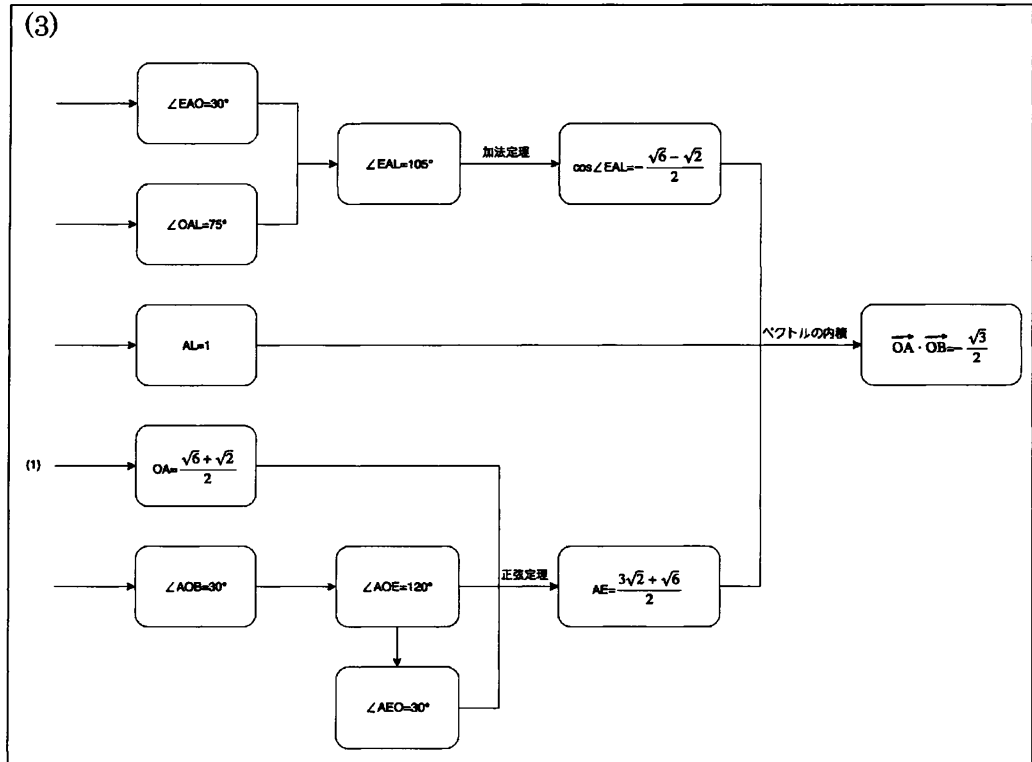


図 10 : 問題 2.4(3)に関するフローチャート

課題 A. \vec{a} と \vec{b} のなす角を θ とする。次のとき、内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ。

(1) $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$, $\theta = 30^\circ$

(2) $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 5$, $\theta = 135^\circ$

考え方. ベクトルの内積の定義を用いる。

課題 B.

(1) $\triangle ABC$ で, $a = 6$, $A = 60^\circ$, $B = 45^\circ$ のとき, b の値を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ で, $b = 4$, $B = 30^\circ$, $C = 135^\circ$ のとき, c の値を求めよ。

考え方. 正弦定理を用いる。

課題 C.

(1) $\triangle ABC$ で, $b = 4$, $c = 3$, $A = 60^\circ$ のとき, a の値を求めよ。

(2) $\triangle ABC$ で, $b = 8$, $c = 7$, $A = 120^\circ$ のとき, a の値を求めよ。

考え方. 余弦定理を用いる。

課題 D.

- (1) $\sin 75^\circ$ の値を求めよ.
 (2) $\cos 75^\circ$ の値を求めよ.
 考え方. 加法定理を用いる.

図 11：問題 2.4 に関するエキスパート活動の課題

5 つ目の実践例は, [5] の「空間座標とベクトル」の例である. 対象とする生徒の学力は平均より高め, 学習目標はベクトル一次独立の復習である. まず, ジグソー活動の課題は次の問題である.

問題 2.5

平行六面体 $OADB - CEGF$ において, 辺 OA の中点を M , 辺 AD を $2:3$ に内分する点を N , 辺 DG を $1:2$ に内分する点を L とする. また, 辺 OC を $k:(1-k)$ ($0 < k < 1$) に内分する点を K とする.

- (1) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき, \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{ML} , \overrightarrow{MK} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ.
 (2) 3 点 M , N , K の定める平面上に点 L があるとき, k の値を求めよ.
 (3) 3 点 M , N , K の定める平面が辺 GF と交点をもつような k の値を求めよ.

次に, この問題の解法のフローチャートを図 12, 13 に示す. 図 12, 13 の各矢印には, 用いた既修の内容などが示されている. 具体的に, 図 12, 13 に現れる既修の内容と頻度は,

ベクトルの和	6 回
ベクトルの差	1 回
ベクトルの実数倍	8 回
一次独立	2 回
代入	2 回

である. 対象とする生徒の学力は平均より高めであることから, 比較的難易度が低い「ベクトルの実数倍」は, エキスパート活動の課題から除いた. また, 学習目標はベクトル一次独立の復習であることから, 「代入」も除いた. そして, 残った 3 つで, 課題 A~課題 C として次のように定めた (具体的な課題は図 14 に示す).

課題 A. ベクトルの和

課題 B. ベクトルの差

課題 C. 一次独立

この課題はすべて「ベクトル」の復習である.

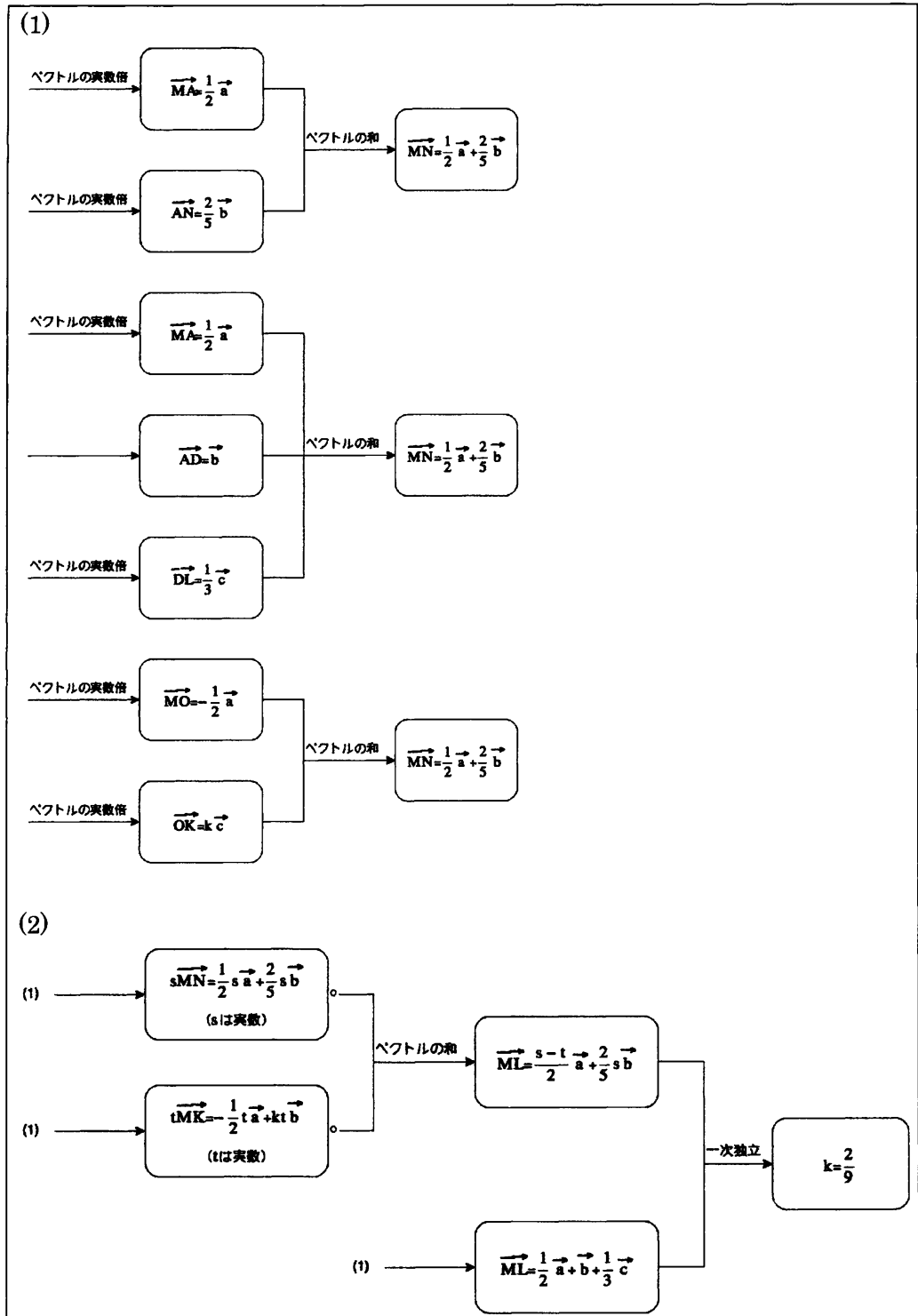


図 12 : 問題 2.5(1),(2)に関するフローチャート

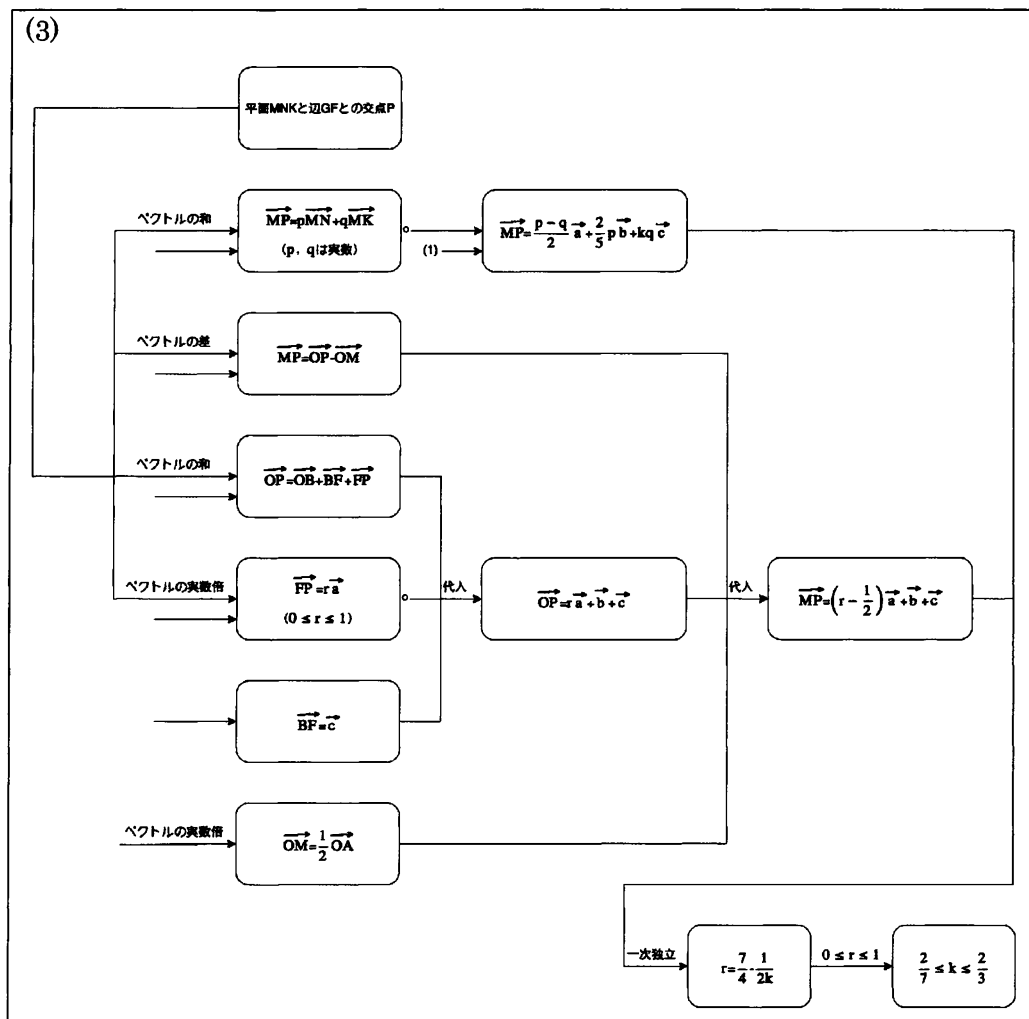


図 13 : 問題 2.5(3)に関するフローチャート

課題 A. 平行六面体 $OAFB - CEGH$ で, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする.

(1) \overrightarrow{OG} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ.

(2) \overrightarrow{AH} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ.

考え方. ベクトルの和を用いる.

課題 B. 平行六面体 $OAFB - CEGH$ で, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする.

(1) \overrightarrow{CF} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ.

(2) \overrightarrow{EB} を \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} で表せ.

考え方. ベクトルの差を用いる.

課題 C. 3 点 $A(1,2,0)$, $B(2,2,2)$, $C(0,1,-3)$ を通る平面上に点 $P(3,4,z)$ があるとき、 z の値を求めよ。

考え方. 一次独立を用いる。

図 14 : 問題 2.5 に関するエキスパート活動の課題

以上の 5 つの例から、1 節の【フローチャートのよさ】を考察する。

どの例も、(1)と(2)、すなわち、フローチャートが、既修のどの内容がその段階で用いられているかが明確になっていて、エキスパート活動の課題の選定を容易にしていることが確認できる。とくに、問題 2.3, 問題 2.4, 問題 2.5 では、生徒の理解度や学習目標に応じたエキスパート活動の選択も容易になっていることが確認できる。

(1.1), すなわち、用いられた既修の内容が、当該授業の単元と異なるかどうか が明確になることは、問題 2.1, 問題 2.2, 問題 2.4 に現れている。結果として選ばれたエキスパート活動の課題の一部がジグソー活動とは異なる単元の復習であったが、これを課題として取り入れたことで、多くの生徒が、異なる単元の内容を利用することができることに気づくことができていた(体系的理解ができていた)。つまり、この意味での体系的理解を目指すときは、意図的に異なる単元の内容をエキスパート活動の課題とすることもでき、異なる単元の内容がフローチャートに現れなければ、ジグソー活動の課題を見直すべきだと判断できる。一方、その単元の内容の焦点を絞るときは、異なる単元の内容はエキスパート活動の課題から除く、あるいは、単元の内容だけで解けるようジグソー活動の課題を見直すことができる。

(1.2), すなわち、用いられた既修の内容が、当該授業の単元をどの程度網羅しているかが明確になることは、5 つのすべての例で現れている。結果として、どの問題も、当該授業の公式をいくつか集めたエキスパート活動となっているが、これがそれらの公式の適用の場面の違いなどの体系的理解につながっている。つまり、この意味での体系的理解を目指すときは、(1.2)の明確化が、エキスパート活動の課題の選定あるいはジグソー活動の適切性の判断を容易にしている。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの助言を頂きました、南山大学理工学部 of 佐々木克巳教授に深く感謝いたします。また、このような発表の機会を与えて頂きました京都大学の共同利用研究センターである数理科学研究所に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 飯窪真也・齊藤萌木・白水始：『「主体的・対話的で深い学び」を実現する 知識構成型ジグソー法による数学授業』。明治図書，東京，2017
- [2] 稲垣元哉・佐々木克巳：『知識構成型ジグソー法における組み合わせ型と多思考型の考察』。南山大学教職センター紀要 pp.34-45，2017
- [3] 白水始，飯窪真也，齊藤萌木，三宅なほみ：『協調学習 授業デザインハンドブック第2版 ―知識構成型ジグソー法を用いた授業づくり―』。自治体との連携による協調学習の授業づくりプロジェクト，2017
- [4] 大学発教育支援コンソーシアム推進機構：『授業づくりの軌跡』。「新しい学びプロジェクト―市町村と東京大学による協調学習研究連携―」，平成 22 年度年次報告会スライド，2011
- [5] 高橋陽一郎 ほか 33 名：『新編 数学 B』。啓林館，大阪，2011
- [6] 若山正人 ほか 25 名：『新編 数学 A 改訂版』。啓林館，大阪，2016
- [7] 『協調学習を引き起こす授業づくりー「知識構成型ジグソー法」の教材ー』。「新しい学びプロジェクト―市町と東京大学による協調学習研究連携―」，平成 23 年度報告会 配布資料，2012